OLIMPIADI di INFORMATICA
Selezione scolastica del 23/11/2007
Soluzioni

Esercizi a carattere Logico-Matematico

Domanda N°1 La risposta esatta vale **1 punto**

Anna e Bruno hanno rispettivamente X ed Y monete e decidono di giocare 2 partite a carte. Nella prima partita Anna perde il doppio delle monete che Bruno possedeva inizialmente. A seguito della seconda partita Anna raddoppia le monete da lei possedute dopo la prima partita. Alla fine delle due partite entrambi hanno 10 monete. Quante monete avevano prima di iniziare il gioco?

	inizio	dopo partita 1	dopo partita 2	alla fine	risolvendo questo sistema si ha:
Anna	x	$x - 2\cdot y$	$2\cdot(x - 2\cdot y)$	$2\cdot x - 4\cdot y = 10$	$X = \mathbf{15}$
Bruno	y	$3\cdot y$	$3\cdot y - (x - 2\cdot y)$	$5\cdot y - x = 10$	$Y = \mathbf{5}$

Domanda N°2 La risposta esatta vale **1 punto**

Un somaro dice ad un altro somaro: "Dammi uno dei tuoi sacchi, così ne porto il doppio dei tuoi". L'altro risponde: "Dammi tu uno dei tuoi sacchi, così ne avremo lo stesso numero". Quanti sacchi trasportano in totale i due somari?

$x + 1 = 2\cdot(y - 1)$ (x) dammi uno dei tuoi sacchi, così ne porto il doppio dei tuoi
$x - 1 = y + 1$ (y) dammi tu uno dei tuoi, così ne avremo lo stesso numero

$x = 2\cdot y - 3$	$x = 2\cdot y - 3$	$x = 2\cdot y - 3$	$X = 7$	totale sacchi : **12**
$x = y + 2$	$2\cdot y - 3 = y + 2$	$y = 5$	$Y = 5$	$(x + y)$

Domanda N°3 La risposta esatta vale **2 punti**

Tre persone, passeggiando in un bosco, trovano un mucchio di noci. La prima persona ne prende la metà più mezza noce; la seconda persona ne prende la metà di quello che è rimasto più mezza noce; anche la terza persona prende metà del rimanente più mezza noce. Rimane esattamente una noce che essi lasciano agli scoiattoli del bosco.
Quante erano inizialmente le noci del mucchio?

Si può partire dalla fine (1) e risalire all'inizio (n): se alla fine 1 noce avanza, prima ce ne dovevano essere 3; se ce ne sono 3, prima dovevano essercene 7; se ce ne sono 7, prima dovevano essercene 15. Le noci erano **15**

Domanda N°4 La risposta esatta vale **2 punti**

Trovare il successivo numero (di tre cifre) della sequenza

11 12 25 76 77 155 466 467 ?

la progressione è: 1 · num.prec + 1, 2 · num.prec + 1, 3 · num.prec + 1, e poi si ricomincia (x=num.precedente)

x,	$1x+1$,	$2x + 1$,	$3x + 1$,	$1x + 1$,	$2x + 1$,	$3x + 1$,	$1x + 1$,	$2x + 1$,	…
11,	12,	25,	76,	77,	155,	466,	467,	**935**	(che sarebbe $2 x + 1$)

Domanda N°5 La risposta esatta vale **1 punto**

Due amici si rivedono dopo molti anni. Il primo dice al secondo: "Quanti figli hai adesso?". E l'altro risponde: "Ho una figlia che ha tanti fratelli quante sorelle. Ognuno dei suoi fratelli ha un numero di sorelle doppio rispetto al numero dei fratelli che ha". Quanti figli e quante figlie ha questo uomo?

$s - 1 = f$ ogni figlia ha tanti fratelli (f) quanto sorelle (s-1)
$f - 1 = s / 2$ ogni figlio ha un numero di sorelle doppio (s/2) rispetto al numero di fratelli (f-1)

$s - 1 = f$	$s - 1 = f$	$s - 1 = f$	$s - 1 = f$	$s - 1 = f$	$f = \mathbf{3}$	(3 fratelli)
$s - 2 = s / 2$	$s - s / 2 = 2$	$s (1 - ½) = 2$	$s = 2 / (1-1/2)$	$s = 4$	$s = \mathbf{4}$	(4 sorelle)

Domanda N°6 La risposta esatta vale **3 punti**

Due traghetti partono nello stesso istante dalle rive opposte di un fiume che attraversano perpendicolarmente alla sponde. Entrambi viaggiano a velocità costante, ma uno ha una velocità maggiore dell'altro. Essi si incontrano in un punto a 730 metri dalla riva più vicina. Entrambi i traghetti appena raggiunta la riva opposta ripartono per fare ritorno al punto di partenza senza fermarsi e mantenendo sempre una velocità costante. Al ritorno si incontrano nuovamente a 420 metri dalla seconda riva. Quanto è largo il fiume?

se **x** è la larghezza del fiume, v1 e v2 le velocità dei traghetti (assumendo v1<v2), si ha:

$v2 : v1 = (x – 730) : 730$	al primo attraversamento	risolvendo il sistema si ha:
$(2 \cdot x – 420) : v2 = (x + 420) : v1$	al secondo attraversamento	X = **1770** (larghezza del fiume)

Domanda N°7 La risposta esatta vale **2 punti**

In "Alice attraverso lo specchio", il libro scritto da L.Carrol, Alice dimenticava molte cose quando entrava nella foresta dell'oblio. Un giorno Alice, vagando nella foresta, aveva dimenticato il giorno della settimana. Incontra il Leone e l'Unicorno, due strane creature con una particolarità: il Leone mente sempre il lunedì, il martedì e il mercoledì e dice sempre la verità gli altri giorni della settimana, mentre l'Unicorno mente sempre il giovedì il venerdì e il sabato e dice sempre la verità gli altri giorni della settimana.
Alice ascolta il seguente dialogo fra il Leone e l'Unicorno:

- Leone: "Ieri era uno dei giorni in cui dico le bugie"
- Unicorno: "Anche per me ieri era uno dei giorni in cui dico bugie".

Da queste due affermazioni siete in grado di dedurre – come fece Alice - quale giorno della settimana era?

Il leone può dire "ieri era uno dei giorni in cui dico le bugie" solo il lunedì e il giovedì
L'unicorno può dire "anche per me ieri era uno dei giorni in cui dico bugie" solo la domenica e il giovedì
Quindi il giorno della settimana era il **giovedì**

Domanda N°8 La risposta esatta vale **3 punti**

Un foglio di carta rettangolare con la base di 15 cm e l'altezza di 10 cm viene modificato riducendo il suo perimetro di 6 cm mediante due tagli, uno parallelo alla base e uno parallelo all'altezza (mantenendo il valore di ogni angolo pari a 90 gradi e ottenendo quindi un nuovo rettangolo).
Assumendo che dopo i tagli effettuati le dimensioni dei lati del rettangolo siano numeri interi (se misurati in centimetri), qual è l'area più grande che si può ottenere?

Dovendo minimizzare la riduzione dell'area, occorre tagliare di più sul lato maggiore (si taglia una fetta minore)
Quindi riducendo di 2 cm il lato da 15 e di 1 cm il lato da 10 si perdono 6 cm di diametro e l'area è: 13 * 9 = **117**

Domanda N°9 La risposta esatta vale **2 punti**

La regione organizza un torneo di calcio fra le classi di scuola superiore. Al torneo partecipano 380 squadre. Il torneo è a eliminazione diretta e quindi ogni sfida ha un vincitore. Ad ogni turno le squadre vengono divise in coppie: le due squadre si sfidano e la vincente passa al turno successivo. Se ad un turno il numero delle squadre rimaste è dispari si sorteggia una squadra che passa automaticamente il turno.
Qual è il numero totale di partite giocate fra tutte le squadre per determinare la squadra vincente?

Squadre	380	190	94	48	24	12	6	2	2	Totale partite:
Partite	190	95	47	24	12	6	3	1	1	= **379**

intuitivamente si può dire che essendoci 1 solo vincitore e 379 perdenti (eliminati in seguito a una partita persa), ci sono 379 partite (quelle che servono ad eliminare le 379 squadre non vincitrici)

Esercizi di programmazione C / C++

Domanda N°1 La risposta esatta vale **3 punti**.

Si consideri la seguente funzione

```
int ES1( int a, int b ) {
  int j;
  int k = 1;
  int p = 0;
  while ( k <= a ) {
    k++;
    j = 0;
    while ( j < b ) {
      j++;
      p = p+j;
    }
  }
  return 2* p / b;
}
```

Risposte:
*a) a*b*
b) a(b+1)*
c) (a+1)(b-1)*
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa calcola la funzione nell'ipotesi che a e b siano sempre positivi e che il programma non generi mai un "overflow" durante le operazioni aritmetiche.

calcola **b) a * (b + 1)**

Domanda N°2 La risposta esatta vale **3 punti**.
Si consideri il seguente programma:

```
#include <stdio.h>

#define DMAX  5

void ES2(int M[][DMAX], int R, int C){
  int I, K;
  int V[DMAX];
  for( I = 0; I < R; I++)
    V[I] = M[I][0];
  for( I = 0; I < C-1; I++)
    for( K = 0; K < R; K++)
      M[K][I] = M[K][I+1];
  for( I = 0; I < R; I++)
    M[I][C-1] = V[I];
}

int main (){
   int M[DMAX][DMAX];
   int I;

   M[0][0] = 1; M[0][1] = 2; M[0][2] = 3; M[0][3] = 4; M[0][4] = 5;
   M[1][0] = 1; M[1][1] = 2; M[1][2] = 3; M[1][3] = 4; M[1][4] = 5;
   M[2][0] = 1; M[2][1] = 2; M[2][2] = 3; M[2][3] = 4; M[2][4] = 5;
   M[3][0] = 1; M[3][1] = 2; M[3][2] = 3; M[3][3] = 4; M[3][4] = 5;
   M[4][0] = 1; M[4][1] = 2; M[4][2] = 3; M[4][3] = 4; M[4][4] = 5;
   for ( I = 0; I < 3; I++) ES2( M, 5, 5 );
   return 0;
}
```

Risposte:
a)
4 5 1 2 3
4 5 1 2 3
4 5 1 2 3
4 5 1 2 3
4 5 1 2 3
b)
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
c)
5 4 3 2 1
5 4 3 2 1
5 4 3 2 1
5 4 3 2 1
5 4 3 2 1
d)
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5

La matrice M inizialmente contiene tutti 1 nella prima colonna, tutti 2 nella seconda colonna e così via. Indicare il contenuto della matrice M al termine del programma.

la matrice restituita è la **a)**

4	5	1	2	3
4	5	1	2	3
4	5	1	2	3
4	5	1	2	3
4	5	1	2	3

Domanda N°3 La risposta esatta vale **1 punto**.
Si consideri la seguente funzione

```
int ES3( int x ){
  if ( x <= 1 )  return 0;
  else return 1 + ES3( x/2 );
}
```

Risposte:
a) 1
b) 2
c) 3
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa restituisce la chiamata ES3(10).

restituisce **c) 3** ES3(10) = 1 + (5), 1 + (2), 1 + (1), 0 **= 3**

Domanda N°4 La risposta esatta vale **2 punti**.
Si consideri la seguente funzione

```
int ES4( int x ){
  if (x/10 == 0) return x;
  else return x%10 + ES4( x/10 );
}
```

Risposte:
a) 2
b) 9
c) 36
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa restituisce l'invocazione ES4(ES4(731))

restituisce **a) 2** ES4(731) = (731), 1 + (73), 3 + (7), 7 = 11 ES4(11) = 1 + (1), 1 **= 2**

Domanda N°5 La risposta esatta vale **2 punti**.
Si consideri la procedura

```
void ES5( int n, int d ){
  while ( n != 1 )
    if( n % d == 0 ){
      printf( "%d \n", d );
      n = n/d;
    } else ++d;
}
```

Dire cosa stampa su schermo la chiamata ES5(210, 2).

Risposte:
a)
2

b)
2
3
4
5
6
7

c)
2
3
5
7
8

d) nessuna delle precedenti

d) nessuna delle precedenti ES5(210,2) = 2, 3, 5, 7, 1

Domanda N°6 La risposta esatta vale **2 punti**.
Si consideri la funzione

```
int ES6( int x, int y ){
  if ( x == 0 && y == 0 ) return 0;
  else if ( x%10 < y%10 ) return ES6( x, y/10 );
  else if ( x%10 > y%10 ) return ES6( x/10, y );
  else return x%10 + 10 * ES6( x/10, y/10 );
}
```

Risposte:
a) 18
b) 67
c) 2367
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa restituisce la chiamata ES6(3467, 5678)

restituisce **b) 67**

Domanda N°7 La risposta esatta vale **3 punti**.
Si considerino le seguenti procedure

```
void mf( int n, int k, int t[], int e){
  int i;
  if ( e < n-1 )
     for ( i = t[e]+1; i <= k; i++ ){
       t[e+1] = i;
       mf( n, k, t, e+1 );
     }
}

void ES7( int n, int k ){
  int t[10];
  int i;
  for( i = 0 ; i < n; i++ ){
    t[0] = i+1;
    mf( n, k, t, 0);
  }
  for ( i = 0; i < n; i++ )
    printf( "%d ", t[i] );
  printf( "\n" );
}
```

Risposte:
a) 1 2 4
b) 2 3 4
c) 3 4 4
d) nessuna delle precedenti

Si assuma che sempre si verifichi n <= 10. Dire cosa stampa su schermo la chiamata ES7(3, 4).

stampa **c) 3 4 4**

Domanda N°8 La risposta esatta vale **2 punti**.
Si consideri la funzione

```
int ES8( int m){
  int a, b, c, g, t;
  a = m * m;
  b = a/2;
  c = 4 * b * a;
  t = m;
  g = m + a + t + t + a;
  while ( g < b + a + c + c + a ) {
    g = g + a + t + t + a;
    c = t + a + t + a;
  }
  return g;
}
```

Risposte:
a) 19
b) 32
c) 38
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa restituisce la chiamata ES8(2).

restituisce **c) 38**

Domanda N°9 La risposta esatta vale **2 punti**.
Si considerino le funzioni mutuamente ricorsive

```
int foo( int n );

int ES9( int n ){
  if ( n%2 == 1 )
    return foo( n - 3 );
  else return n;
}

int foo(int n){
  if ( n%2 == 0 )
    return ES9( 2*n );
  else return n;
}
```

Risposte:
a) 48
b) 96
c) 102
d) nessuna delle precedenti

Dire cosa restituisce la chiamata ES9(51).

restituisce **b) 96**